Οι Νόμοι των Αερίων

Οι νόμοι των αερίων, συνοψίζοντας πληθώρα πειραματικών αποτελεσμάτων, περιγράφουν την εξάρτηση μιας από τις ιδιότητες ενός αερίου (*P, V, T, n*) όταν μεταβάλλουμε κάποια από αυτές διατηρώντας τις υπόλοιπες δύο σταθερές.

Δεδομένης της πειραματικής ευκολίας στον προσδιορισμό του όγκου ενός αερίου, οι εμπειρικοί αυτοί νόμοι εκφράζονται παραδοσιακά ως η επίδραση κάποιας εκ των ιδιοτήτων (P, T, n) στον όγκο, όταν οι υπόλοιπες δύο παραμένουν σταθερές.

Boyle	$PV = \kappa$	κ είναι σταθερά για δοσμένα n, T
Charles	$V = \lambda T$	λ είναι σταθερά για δοσμένα n, P
Avogadro	$V = \alpha n$	α είναι σταθερά για δοσμένες T, P

Οι βασικοί νόμοι των αερίων διατυπώθηκαν από τις αρχές του 17^{ου} αιώνα (v. Boyle 1662) έως τις αρχές του 19^{ου} αιώνα (v. Charles 1787, Αρχή του Avogadro 1811). Το 1834 ο Emile Clapeyron συνδύασε τους παραπάνω επιμέρους νόμους στην γνωστή καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων.

$$\boxed{PV = nRT \qquad (\gamma\iota\alpha\ \kappa\acute{\alpha}\theta\varepsilon\ n, P, T, V)}$$

Παρότι οι νόμοι των αερίων ισχύουν αυστηρά για ένα τέλειο (ιδανικό, άρα … ανύπαρκτο) αέριο, η εκτεταμένη χρήση τους οφείλεται στην πολύ καλή προσέγγιση με την οποία ισχύουν για πραγματικά αέρια σε ένα ευρύ φάσμα συνθηκών θερμοκρασίας και πίεσης.

Νόμος του Boyle

Ο όγκος δοσμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η οποία διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία, μεταβάλλεται αντιστρόφως ανάλογα προς την πίεσή του.

$$V \propto \frac{1}{P} \qquad \text{για σταθερά } n, T$$

Επειδή

$$V \propto \frac{1}{P} \quad \Rightarrow \quad V = \kappa \frac{1}{P} \quad \Rightarrow \quad PV = \kappa$$

όπου ***κ*** είναι μια σταθερά για δοσμένες τιμές *n* και *T*, ο **εμπειρικός (πειραματικός)** αυτός νόμος μπορεί να διατυπωθεί ισοδύναμα και ως εξής:

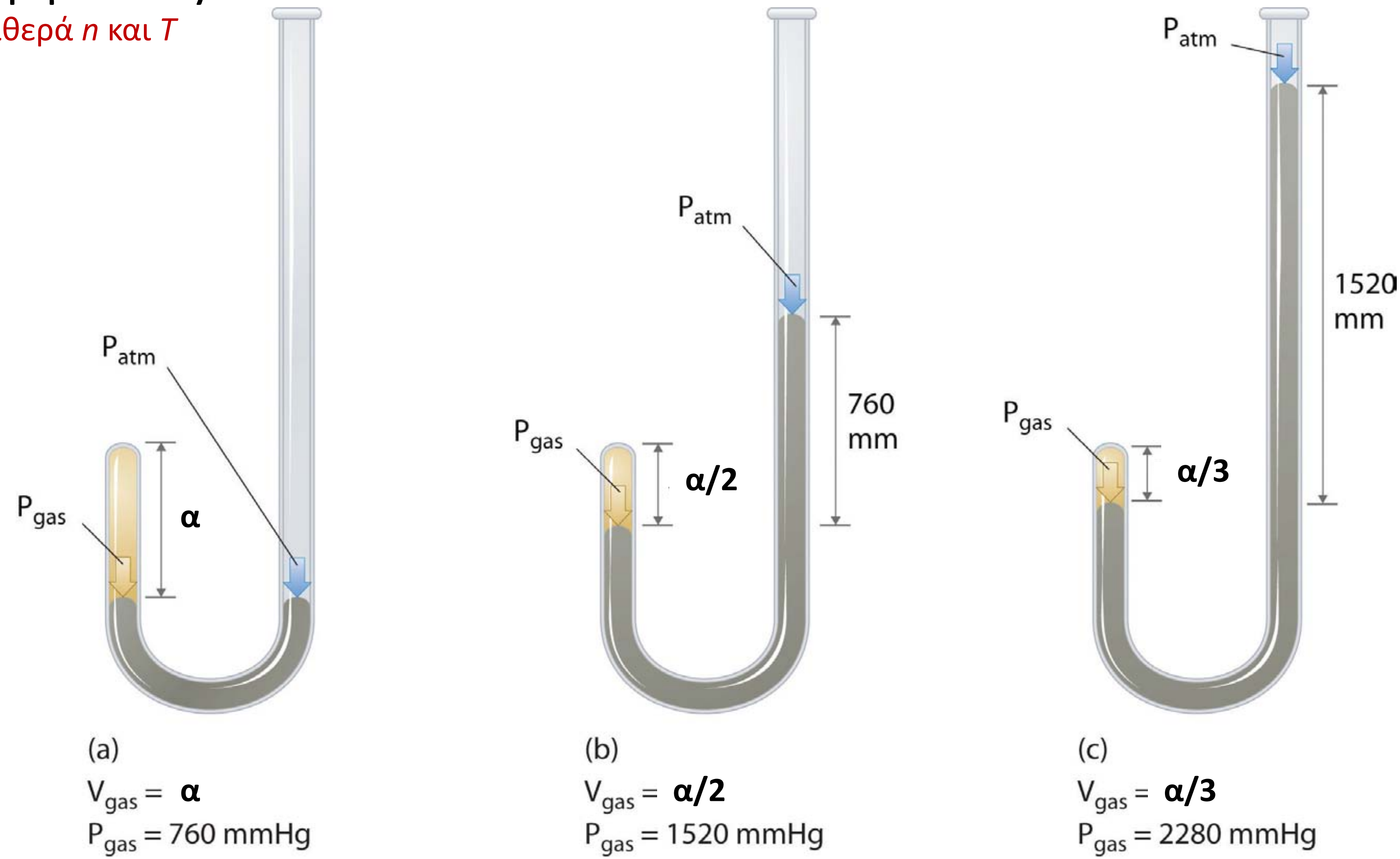
Για δοσμένη ποσότητα ιδανικού αερίου, η οποία διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία, το γινόμενο του όγκου επί την πίεσή του είναι σταθερό.

$$PV = \kappa \qquad \text{όπου } \kappa \text{ είναι μια σταθερά για δοσμένα } n, T$$

Νόμος του Boyle

Το πείραμα του Boyle.

- Σταθερά *n* και *T*



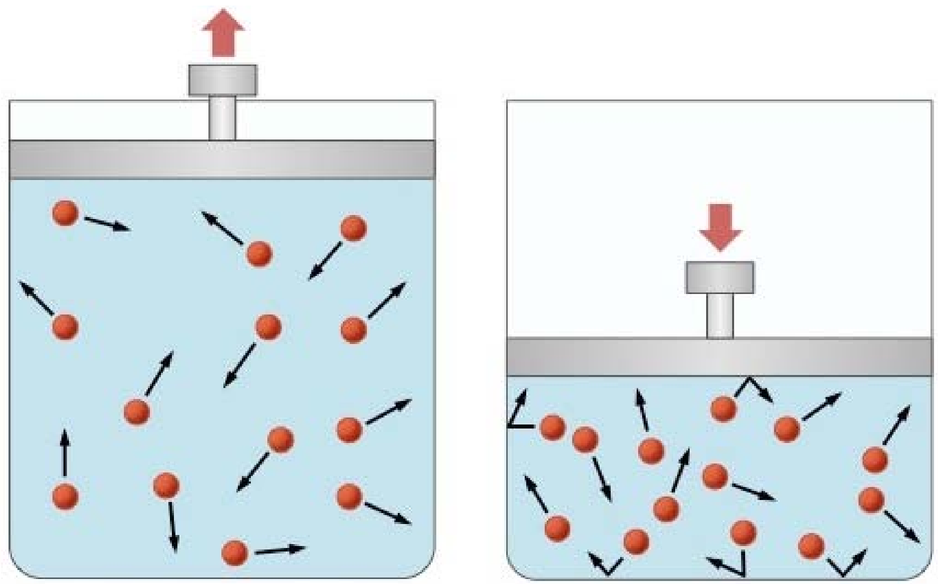
$$P_{gas} V_{gas} = 760\alpha \qquad P_{gas} V_{gas} = 760\alpha \qquad P_{gas} V_{gas} = 760\alpha$$

Νόμος του Boyle

Μια (πρώτη και ποιοτική) μοριακή εξήγηση του νόμου του Boyle.

Η πίεση που εξασκεί ένα αέριο στα τοιχώματα του δοχείου οφείλεται στις αδιάκοπες συγκρούσεις των μορίων με αυτά. Αν μειώσουμε τον όγκο, τότε ο ίδιος αριθμός μορίων (αφού *n* σταθερό) συγκρούονται συχνότερα με τα τοιχώματα, συνεπώς η πίεση αυξάνεται.

$$\boxed{V \uparrow \;\Rightarrow\; P \downarrow}$$



$$\boxed{V \downarrow \;\Rightarrow\; P \uparrow}$$

Αύξηση του όγκου προκαλεί
- *ελάττωση συχνότητας συγκρούσεων μορίων με τοιχώματα, συνεπώς*
- *ελάττωση της πίεσης*

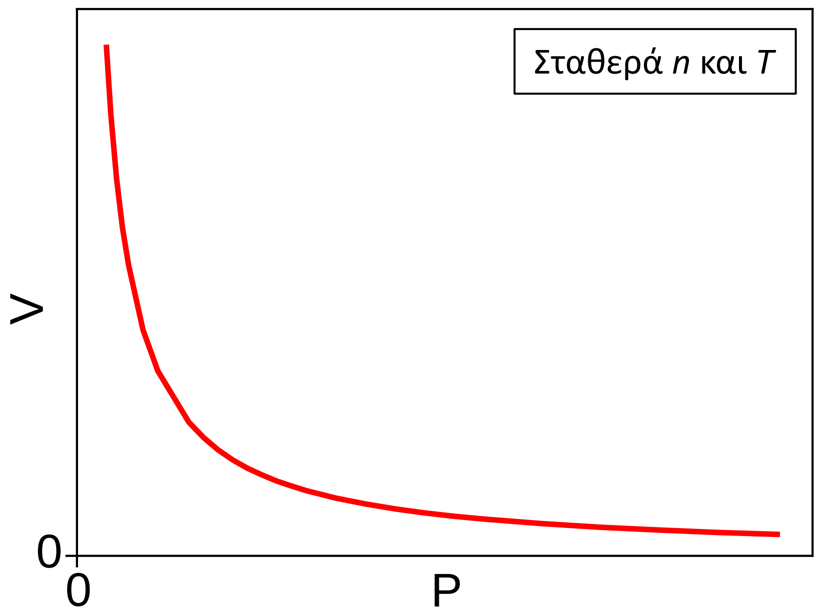
Ελάττωση του όγκου προκαλεί
- *αύξηση συχνότητας συγκρούσεων μορίων με τοιχώματα, συνεπώς*
- *αύξηση της πίεσης*

Η ποιοτική αυτή μοριακή ερμηνεία εξηγεί γιατί αυξανομένου του όγκου μειώνεται η πίεση, όχι όμως και γιατί το γινόμενο (όγκος)×(πίεση) παραμένει σταθερό για δοσμένη ποσότητα και θερμοκρασία του αερίου!...

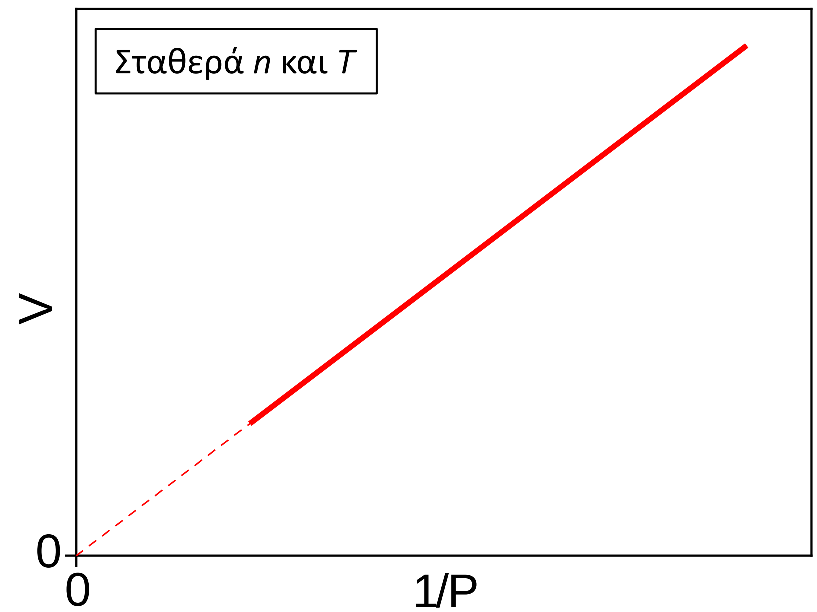
Νόμος του Boyle

Γραφικές απεικονίσεις του νόμου του Boyle.

$$PV = \kappa \quad \Rightarrow \quad V = \kappa \frac{1}{P}$$



Καθώς η πίεση αυξάνεται, ο όγκος μικραίνει και αντίστροφα.

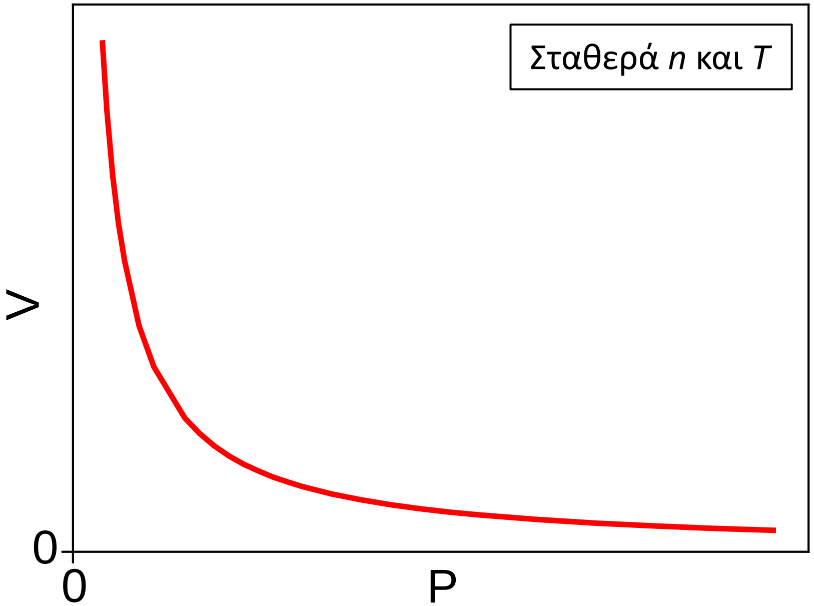


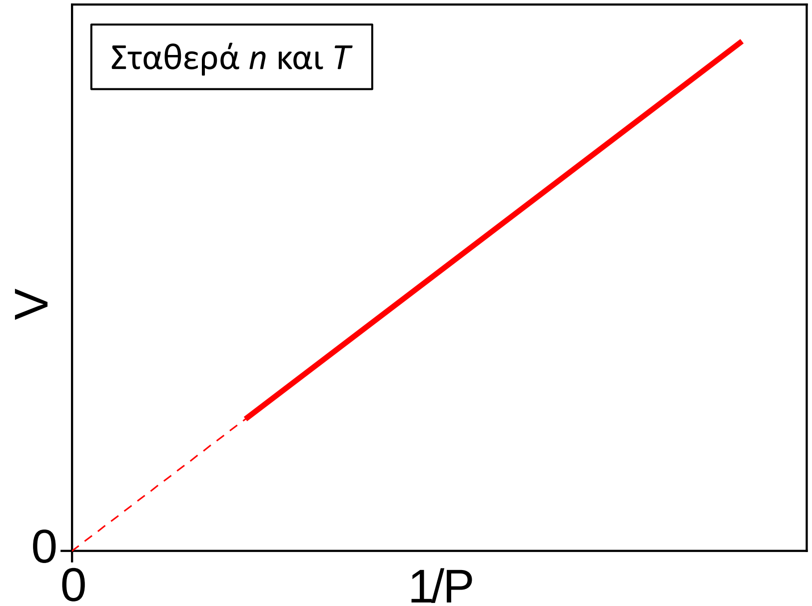
Ο όγκος είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης. Αν, πχ, διπλασιάσουμε την πίεση, τότε ο όγκος θα μειωθεί στο μισό.

- Τόσο η υπερβολή (*PV=κ*), όσο και η ευθεία (*V=κ(1/P)*) καλούνται **ισόθερμες** καμπύλες, επειδή παρουσιάζουν την εξάρτηση του όγκου από την πίεση υπό σταθερή θερμοκρασία.

Γραφικές απεικονίσεις του νόμου του Boyle.

$$PV = \kappa \quad \Rightarrow \quad V = \kappa \frac{1}{P}$$





- *Η φυσική σημασία των δύο ασυμπτώτων της υπερβολής είναι ότι όσο και να αυξηθεί η πίεση, ο όγκος θα μικραίνει αλλά δεν θα μηδενιστεί. Όμοια, όσο και να μεγαλώνει ο όγκος, η πίεση θα μικραίνει αλλά δεν θα μηδενιστεί.*
- *Για τον ίδιο λόγο, η προέκταση μόνο της ευθείας περνά από την αρχή των αξόνων (0, 0).*
- Με άλλα λόγια, αυτές οι γραφικές παραστάσεις εκφράζουν το γεγονός ότι απαιτείται άπειρη πίεση για να συμπιεστεί πλήρως ποσότητα αερίου, ή αλλιώς, ότι για να μηδενιστεί η πίεση θα πρέπει το αέριο να εκτονωθεί σε άπειρο όγκο.

Χρήση του νόμου του Boyle.

- Υπολογισμός της νέας τιμής του V_2 (ή της P_2) όταν *σταθερή* ποσότητα αερίου μεταβαίνει από μια γνωστή κατάσταση (V_1 και P_1 γνωστά) σε μια άλλη (*ιδίας θερμοκρασίας*) όπου γνωρίζουμε μόνο την P_2 (ή μόνο τον V_2)

$$\left.\begin{aligned} P_1V_1 &= \kappa \\ P_2V_2 &= \kappa \end{aligned}\right\} \Rightarrow \boxed{P_2V_2 = P_1V_1} \Rightarrow V_2 = \frac{P_1V_1}{P_2} \Rightarrow P_2 = \frac{P_1V_1}{V_2}$$

Παράδειγμα

Ένα μετεωρολογικό μπαλόνι έχει όγκο 150 m^3 όταν ελευθερώνεται από περιοχή όπου η ατμοσφαιρική πίεση είναι 0,9 bar. Τι όγκο θα έχει όταν φθάσει σε ύψος *h* km όπου η πίεση είναι 0,3 bar; Να υποτεθεί σταθερή θερμοκρασία.

Στο έδαφος:	V_1 =150 m^3	P_1 =0,9 bar
Σε ύψος *h* km:	V_h =? m^3	P_h =0,3 bar

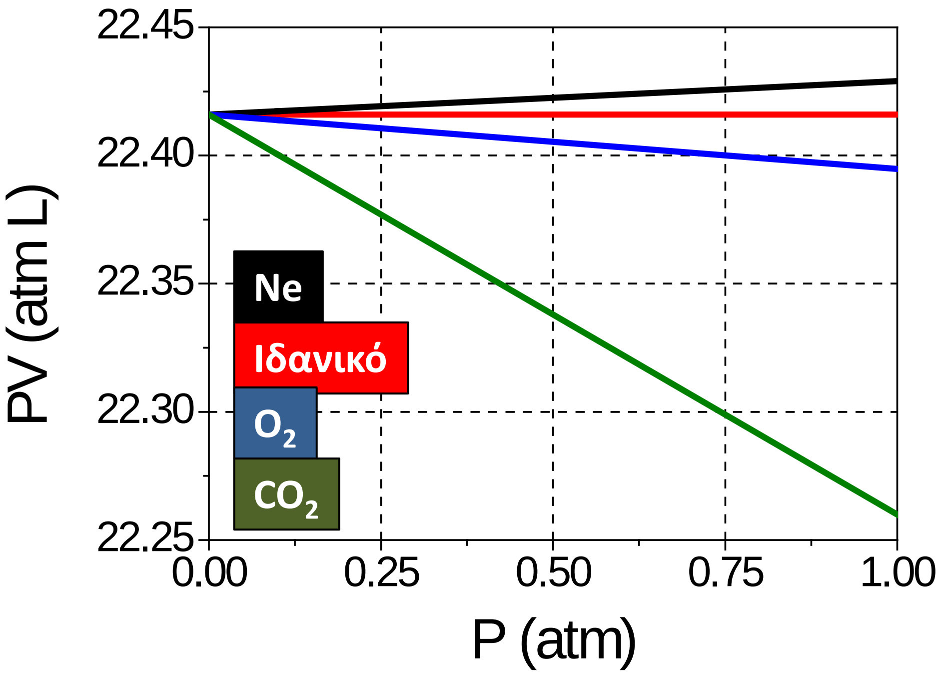
Επειδή η θερμοκρασία είναι σταθερή και δεχόμενοι ότι η ποσότητα του αερίου στο μπαλόνι είναι επίσης σταθερή:

$$P_hV_h = P_1V_1 \Rightarrow V_h = \frac{P_1V_1}{P_h} = \frac{(0{,}9\ \mathrm{bar}) \times (150\ \mathrm{m}^3)}{0{,}3\ \mathrm{bar}} = 450\ \mathrm{m}^3$$

Νόμος του Boyle

Ισχύει ο νόμος του Boyle για τα πραγματικά αέρια;

$$\boxed{PV = \kappa}$$



- Αυστηρά, ο νόμος του Boyle ισχύει μόνο για τα ιδανικά αέρια.
- Για τα πραγματικά αέρια αποτελεί έναν *Οριακό Νόμο*, ισχύοντας, αυστηρά, μόνο όταν η πίεση τείνει στο μηδέν.
- Στην πράξη, οι αποκλίσεις των περισσότερων πραγματικών αερίων , όταν βρίσκονται σε σχετικά χαμηλές πιέσεις και σχετικά υψηλές θερμοκρασίες (όπως, πχ, σε συνθήκες περιβάλλοντος) από τον νόμο του Boyle είναι ελάχιστες. Γι' αυτό και χρησιμοποιείται ευρύτατα στην Χημεία.

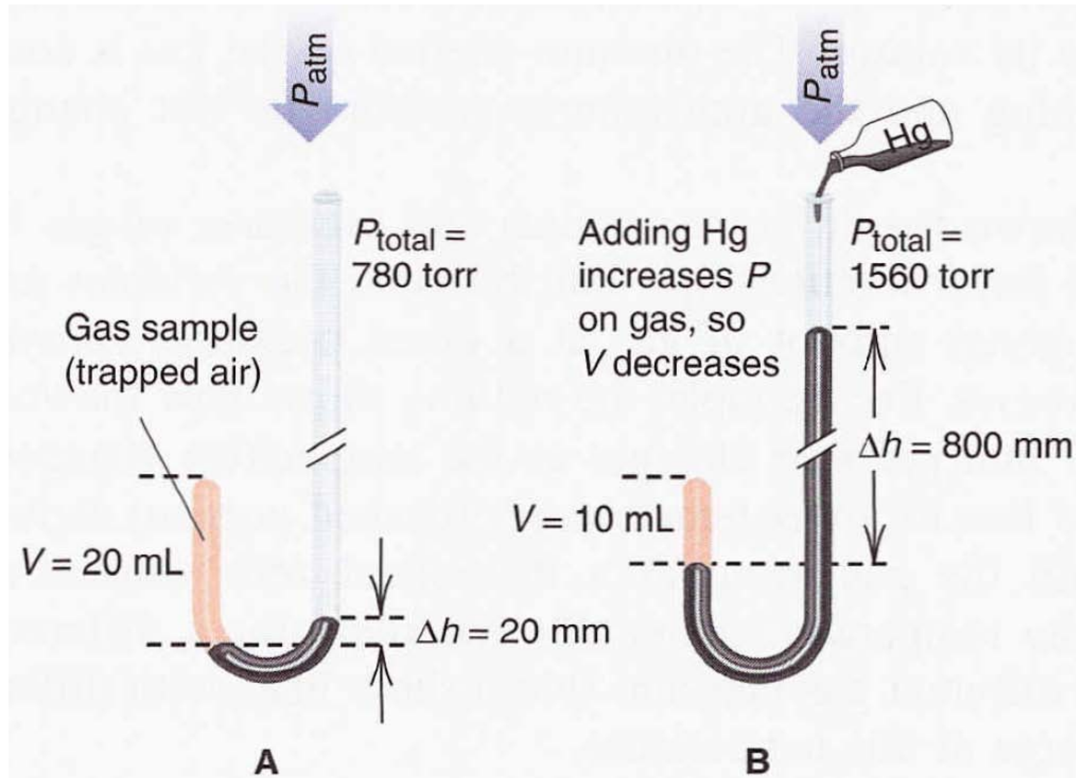
Γραφική παράσταση του PV έναντι της P για τρία πραγματικά αέρια, στην περιοχή των μικρών πιέσεων (≤1 atm). Για όλα τα αέρια χρησιμοποιήθηκε η ίδια ποσότητα και οι μετρήσεις έγιναν στην ίδια θερμοκρασία. Στο σχήμα δείχνεται και η ευθεία που προβλέπει ο νόμος του Boyle για τα ιδανικά αέρια.

- *Φαίνονται οι αποκλίσεις που παρουσιάζουν τα πραγματικά αέρια από την προβλεπόμενη από τον νόμο του Boyle συμπεριφορά (το γινόμενο PV θα έπρεπε – ως σταθερό – να είναι ανεξάρτητο από την πίεση).*
- *Φαίνεται επίσης ότι η απόκλιση εξαρτάται από την φύση του αερίου και εντείνεται καθώς αυξάνει η πίεση.*
- *Τέλος, είναι επίσης σαφές από το σχήμα ότι, τουλάχιστον, για αυτές τις σχετικά χαμηλές πιέσεις, οι αποκλίσεις είναι πολύ μικρές. Για παράδειγμα, η τιμή του PV για το CO2 είναι (για αυτές τις συνθήκες) ίσο με 22,26 atm L σε πίεση 1 atm, αντί 22,42 (δηλαδή, διαφέρει μόνο κατά 0,7%) που προβλέπει ο νόμος του Boyle.*

Robert Boyle και ο νόμος του

Robert Boyle (1627 –1691)
Βρετανός φιλόσοφος, χημικός, φυσικός και εφευρέτης.
Ένας από τους θεμελιωτές της σύγχρονης Χημείας και πρωτοπόρος της σύγχρονης πειραματικής επιστημονικής μεθόδου.
Εισήγαγε την μαθηματική ανάλυση στην Χημεία πιστεύοντας ότι:
"Η φύση είναι ένα πολύπλοκο σύστημα το οποίο διέπεται από μικρό αριθμό μαθηματικών νόμων"

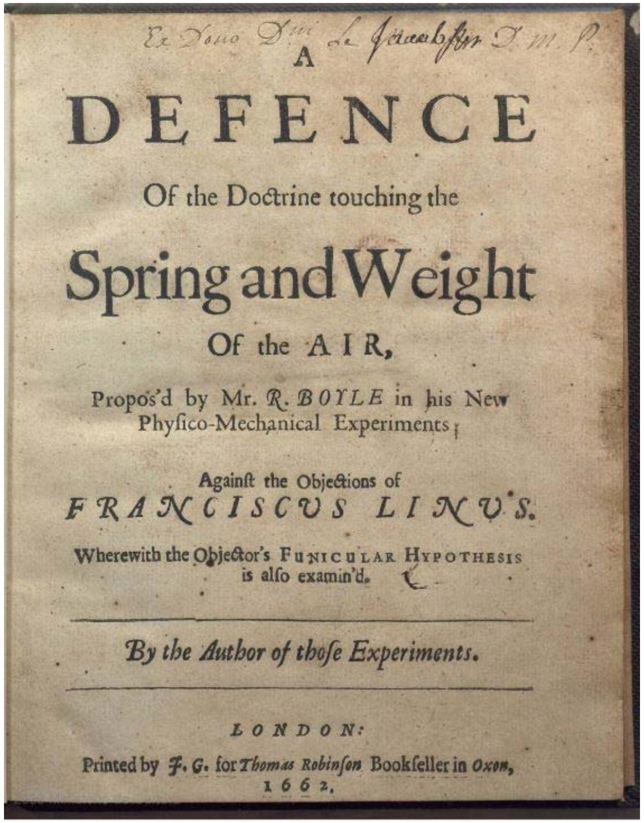
- Το **1659** ο Boyle ξεκινά μια σειρά πειραμάτων μελετώντας τις ιδιότητες του αέρα.



- Παρατηρεί ότι ο όγκος του παγιδευμένου αέρα σε ένα σωλήνα σχήματος J μειώνεται καθώς αυξάνει την ποσότητα του υδραργύρου που προσθέτει, συνεπώς, την πίεση που του εξασκεί.
- Βρίσκει ότι ο όγκος είναι αντιστρόφως ανάλογος της πίεσης. Για παράδειγμα, διπλασιάζοντας την πίεση υποδιπλασιάζεται ο όγκος.
- Δημοσιεύει τα πειραματικά αποτελέσματα το **1660**.

Robert Boyle και ο νόμος του

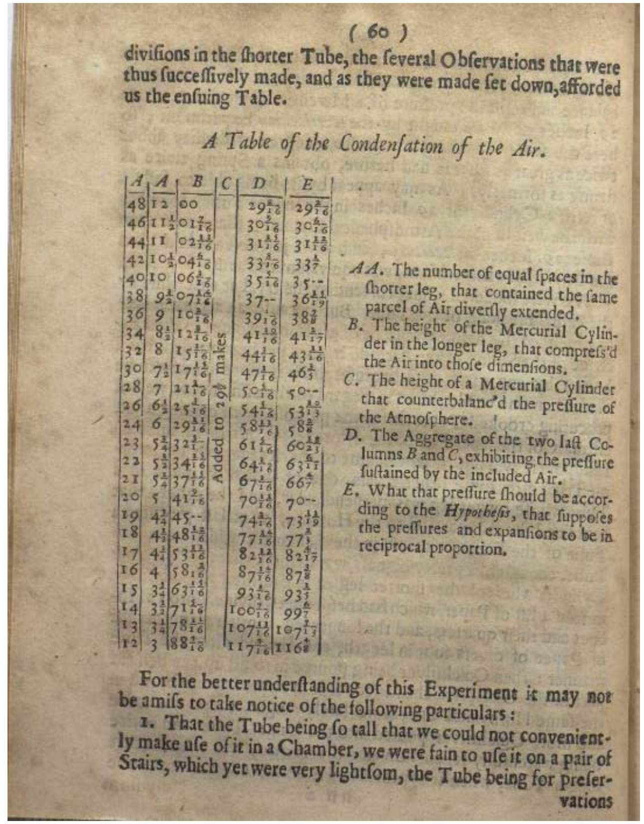
- Δημοσιεύει τον νόμο του το **1662**.



A
DEFENCE
Of the Doctrine touching the
Spring and Weight
Of the AIR,
Propos'd by Mr. R. BOYLE in his New Physico-Mechanical Experiments;
Against the Objections of
FRANCISCUS LINUS.
Wherewith the Objector's FUNICULAR HYPOTHESIS is also examin'd.

By the Author of those Experiments.

LONDON:
Printed by J. G. for Thomas Robinson Bookseller in Oxon, 1662.



(60)

divisions in the shorter Tube, the several Observations that were thus successively made, and as they were made set down, afforded us the ensuing Table.

A Table of the Condensation of the Air.

A	A	B	C	D	E
48	12	00	Added to 29⅛ makes	29 2/16	29 2/16
46	11½	01 7/16		30 9/16	30 6/16
44	11	02 13/16		31 15/16	31 12/16
42	10½	04 6/16		33 8/16	33 1/7
40	10	06 3/16		35 5/16	35--
38	9½	07 14/16		37--	36 15/19
36	9	10 2/16		39 5/16	38 7/8
34	8½	12 8/16		41 10/16	41 2/17
32	8	15 1/16		44 3/16	43 11/16
30	7½	17 15/16		47 1/16	46 3/5
28	7	21 3/16		50 5/16	50--
26	6½	25 3/16		54 5/16	53 10/13
24	6	29 11/16		58 13/16	58 2/8
23	5¾	32 3/16		61 5/16	60 18/23
22	5½	34 15/16		64 1/16	63 6/11
21	5¼	37 15/16		67 1/16	66 4/7
20	5	41 9/16		70 11/16	70--
19	4¾	45--		74 2/16	73 11/19
18	4½	48 12/16		77 14/16	77 2/3
17	4¼	53 11/16		82 12/16	82 4/17
16	4	58 2/16		87 14/16	87 3/8
15	3¾	63 15/16		93 1/16	93 1/5
14	3½	71 5/16		100 7/16	99 6/7
13	3¼	78 11/16		107 13/16	107 7/13
12	3	88 7/16		117 9/16	116 4/8

AA. The number of equal spaces in the shorter leg, that contained the same parcel of Air diversly extended.
B. The height of the Mercurial Cylinder in the longer leg, that compress'd the Air into those dimensions.
C. The height of a Mercurial Cylinder that counterbalanc'd the pressure of the Atmosphere.
D. The Aggregate of the two last Columns *B* and *C*, exhibiting the pressure sustained by the included Air.
E. What that pressure should be according to the *Hypothesis*, that supposes the pressures and expansions to be in reciprocal proportion.

For the better understanding of this Experiment it may not be amiss to take notice of the following particulars:
1. That the Tube being so tall that we could not conveniently make use of it in a Chamber, we were fain to use it on a pair of Stairs, which yet were very lightsom, the Tube being for preservations

Εξώφυλλο και μια σελίδα αποτελεσμάτων από το βιβλίο του R. Boyle, "A Defence of the Doctrine Touching the Spring and Weight of the Air, Proposed by Mr. R. Boyle in his New Physico-Mechanical Experiments", (Thomas Robinson, London, 1662), όπου πρωτο-δημοσίευσε τον νόμο του. Σημειώστε ότι, εκείνα τα χρόνια, με τον όρο 'Spring of the Air' εννοούσαν την 'ελαστικότητα' του αέρα.

- **Ο νόμος του Boyle κατέχει μια σημαντική θέση στην Ιστορία της Επιστήμης**: Για πρώτη φορά διεξήχθησαν πειράματα στα οποία μια μεταβλητή (εδώ η πίεση) άλλαζε με συστηματικό τρόπο ώστε να προσδιοριστεί η επίδρασή της σε μια άλλη μεταβλητή (εδώ ό όγκος). Ακολούθως, τα δεδομένα των πειραμάτων χρησιμοποιήθηκαν για να διατυπωθεί μια εμπειρική σχέση, αυτό που αποκαλούμε «Νόμο».

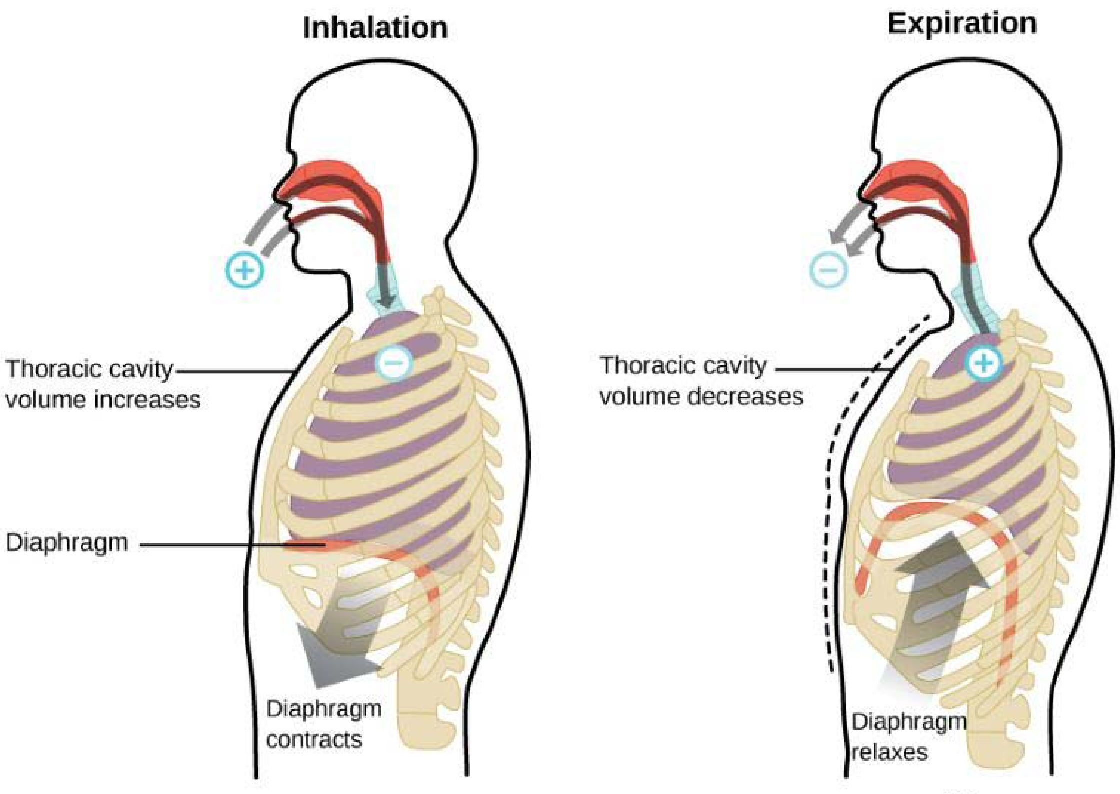
[Spain's 'La Biblioteca Virtual de Patrimonio Bibliográfico']

Η αναπνοή μας και ο νόμος του Boyle

- Ο τρόπος με τον οποίο εισπνέουμε και εκπνέουμε αέρα κατά την αναπνοή αποτελεί την συχνότερη (αναπνέουμε περίπου 20 φορές το λεπτό) εκδήλωση του νόμου του Boyle στη ζωή μας.

Για την **εισπνοή**, το διάφραγμα (ο θολωτός μυς που χωρίζει την θωρακική κοιλότητα από την κοιλιακή) και οι μεσοπλεύριοι μύες συστέλλονται με αποτέλεσμα την αύξηση του όγκου της θωρακικής κοιλότητας. Κατά συνέπεια, η πίεση στις κυψελίδες των πνευμόνων μειώνεται, με αποτέλεσμα την εισροή αέρα από το περιβάλλον στους πνεύμονες.

Για την **εκπνοή**, το διάφραγμα και οι μεσοπλεύριοι μύες χαλαρώνουν, ο όγκος της θωρακικής κοιλότητας μικραίνει με αποτέλεσμα την αύξηση της πίεσης, γεγονός που εξωθεί τον αέρα από τους πνεύμονες στο περιβάλλον.



Εισπνοή **Εκπνοή**

Η διαφορά πίεσης μεταξύ πνευμόνων και περιβάλλοντος που προκαλείται με αυτό τον τρόπο κατά την εισπνοή ή την εκπνοή είναι της τάξης των λίγων mmHg, ξεπερνώντας σπάνια τα 15-20 mmHg.

Ασκήσεις – Προβλήματα **Set 01-02-A** *(v.20-1)*

Σχετική ύλη:

- Atkins Κεφ.1.1 Οι καταστάσεις των αερίων
- Atkins Κεφ.1.2 Οι νόμοι των αερίων (Νόμος Boyle)
- Διαφάνειες μαθήματος
- Προηγούμενη ύλη μαθήματος

Επιπλέον των παρακάτω ασκήσεων και προβλημάτων, προτείνονται και οι ασκήσεις από το βιβλίο του Atkins:

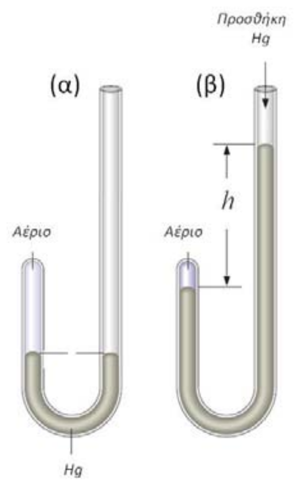
- 1.2 (α) έως και 1.2(β)
- 1.5 (α) έως και 1.6(β)

Στο τέλος θα βρείτε απαντήσεις, υποδείξεις για την επίλυση, ή/και αναλυτικές λύσεις.

Ασκήσεις – Προβλήματα

0.1

Σε έναν σωλήνα σχήματος **J** ποσότητα υδραργύρου έχει παγιδεύσει ποσότητα αερίου στο κλειστό άκρο του σωλήνα. Το ύψος του υδραργύρου είναι το ίδιο στα δύο σκέλη του σωλήνα (σχ. α) και ο όγκος της παγιδευμένης ποσότητας του αερίου είναι ίσος με 0,6 L. Διατηρώντας την θερμοκρασία σταθερή, προσθέτουμε κάποια ποσότητα Hg από το ανοικτό άκρο, οπότε το αέριο συμπιέζεται σε όγκο 0,2 L. Αν η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με 1 atm, να υπολογιστεί η διαφορά ύψους *h* στα δύο σκέλη του σωλήνα (σχ. β).



0.2

Για να πληρωθεί ένα μετεωρολογικό μπαλόνι με He χρησιμοποιούνται φιάλες των 50 L που περιέχουν He σε πίεση 100 bar. Πόσες φιάλες πεπιεσμένου He θα απαιτηθούν αν πρέπει το μετεωρολογικό μπαλόνι να έχει όγκο 100 m^3 σε πίεση 0,1 bar; Υποθέστε ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

0.3

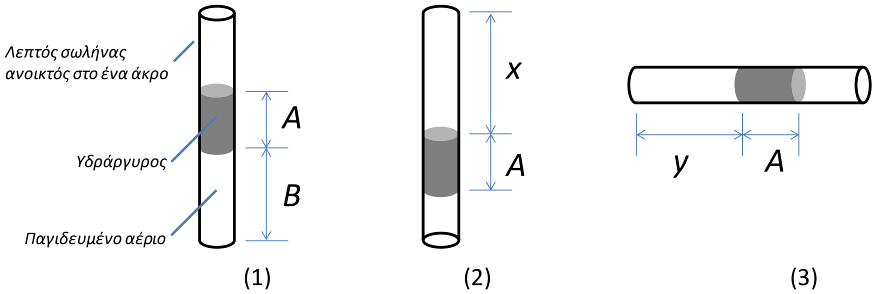
Η πυκνότητα, *ρ*, ορίζεται ως η μάζα δοσμένης ποσότητας ύλης προς τον όγκο που καταλαμβάνει αυτή η ποσότητα ($\rho = m/V$). Μεταβάλλουμε τον όγκο μιας δοσμένης ποσότητας ιδανικού αερίου υπό σταθερή θερμοκρασία (ισόθερμη μεταβολή). Βρείτε μια σχέση η οποία να εκφράζει την πίεση του αερίου συναρτήσει της πυκνότητάς του κατά την ισόθερμη αυτή μεταβολή.

0.4

Ένας δύτης βρίσκεται 40 m κάτω από την επιφάνεια μιας λίμνης. Μια από τις φυσαλίδες αέρα που δημιουργεί κατά την εκπνοή του έχει όγκο 2 cm^3. Τι όγκο θα έχει αυτή η φυσαλίδα όταν βρεθεί στα 15 m κάτω από την επιφάνεια της λίμνης; Δίδεται ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή και ότι η ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της λίμνης ισούται με 10 m H_2O.

0.5

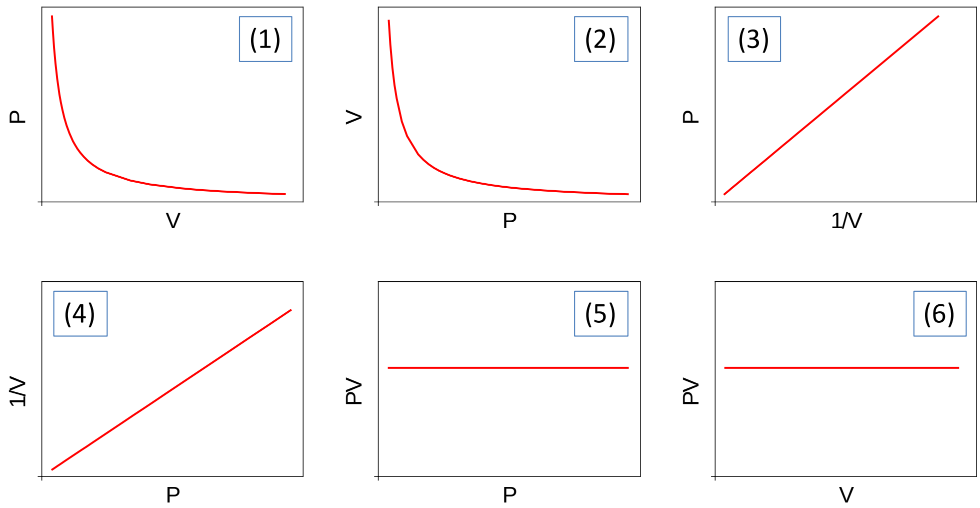
Σε έναν ανοικτό στο ένα άκρο λεπτό σωλήνα, κάποια ποσότητα ενός αερίου έχει παγιδευτεί από μια ποσότητα υδραργύρου. Στο σχήμα παρουσιάζονται τρεις διαφορετικοί προσανατολισμοί του σωλήνα: (1) κάθετος με το άνοιγμα προς τα επάνω, (2) κάθετος με το άνοιγμα προς τα κάτω, και (3) οριζόντιος.



Με δεδομένο ότι και στις τρεις περιπτώσεις έχει αποκατασταθεί θερμική και μηχανική ισορροπία, να υπολογιστούν τα μήκη *x* και *y*, αν *A*=12 cm και *B*=18 cm. Δίδεται ότι η ατμοσφαιρική πίεση είναι ίση με 760 mmHg και η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

0.6

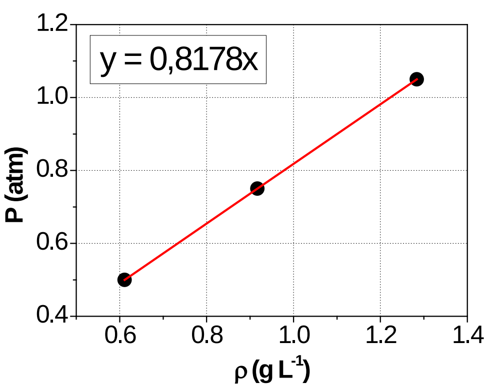
Σε ένα πείραμα μετράται ο όγκος σταθερής ποσότητας αερίου (το οποίο συμπεριφέρεται ως ιδανικό και διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία) καθώς μεταβάλλεται η πίεσή του. Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα γίνονται οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις.



Ποιες είναι σωστές και ποιες λάθος; Γιατί;

0.7

Σε ένα πείραμα μετράται η πυκνότητα 29,961 g Ar καθώς μεταβάλλεται η πίεσή του υπό σταθερή θερμοκρασία και γίνεται αυτή η γραφική παράσταση, όπου αναγράφεται και η εξίσωση της βέλτιστης ευθείας η οποία περνά από τα πειραματικά σημεία.
Μπορείτε να υπολογίσετε την σταθερά του Boyle για τις συνθήκες αυτού του πειράματος;



0.8

Ένα μπαλόνι είναι κατασκευασμένο έτσι ώστε να μπορεί να διασταλεί μέχρι όγκου 2,5 L. Φουσκώνεται, στο λιμάνι της Πάτρας, με He σε όγκο 2,0 L και αφήνεται να ανέλθει στην ατμόσφαιρα. (1) Ποιος θα είναι ο όγκος του όταν φθάσει σε ύψος 1 km; (2) Ποιο είναι το μέγιστο ύψος στο οποίο θα φθάσει το μπαλόνι πριν σπάσει;

Δίδεται ότι πίεση, *P*, η οποία επικρατεί στην ατμόσφαιρα σε ύψος, *h*, από την επιφάνεια της θάλασσας μπορεί να υπολογιστεί προσεγγιστικά από την παρακάτω σχέση:

$$P = \alpha e^{-\beta h}$$

όπου α = 1,0387 atm και β = 1,4328×10^{-4} m^{-1}. Να δεχθείτε ότι κατά την άνοδο του μπαλονιού η θερμοκρασία παραμένει σταθερή.

Προτεινόμενες ασκήσεις και προβλήματα από το βιβλίο του Atkins

1.2(α) Ένα τέλειο αέριο υφίσταται ισόθερμη συμπίεση και ο όγκος του μειώνεται κατά 2,20 dm^3. Η τελική πίεση και ο τελικός όγκος του αερίου είναι 5,04 bar και 4,65 dm^3, αντίστοιχα. Υπολογίστε την αρχική πίεση του αερίου (α) σε bar, (β) σε atm.

1.2(β) Ένα τέλειο αέριο υφίσταται ισόθερμη συμπίεση και ο όγκος του μειώνεται κατά 1,80 dm^3. Η τελική πίεση και ο τελικός όγκος του αερίου είναι 1,97 bar και 2,14 dm^3, αντίστοιχα. Υπολογίστε την αρχική πίεση του αερίου (α) σε bar, (β) σε Torr.

1.5(α) Ένας κώδωνας καταδύσεων περιέχει αέρα όγκου 3,0 m^3 όταν βρίσκεται στο κατάστρωμα ενός πλοίου. Ποιος είναι ο όγκος του αέρα όταν ο κώδωνας βρίσκεται σε βάθος 50 m; Θεωρήστε ότι η μέση πυκνότητα του θαλασσινού νερού είναι 1,025 g cm^{-3} και υποθέστε ότι η θερμοκρασία σε αυτό το βάθος είναι ίδια με αυτή στην επιφάνεια.

1.5(β) Ποια είναι η διαφορά πίεσης που πρέπει να εφαρμόσετε σε ένα κατακόρυφο καλαμάκι μήκους 15 cm για να πιείτε νερό πυκνότητας 1,0 g cm^{-3};

1.6(α) Ένα μανόμετρο αποτελείται από έναν σωλήνα σχήματος U που περιέχει κάποιο υγρό. Η μια πλευρά συνδέεται με τη συσκευή και η άλλη είναι ανοιχτή στην ατμόσφαιρα. Η πίεση στο εσωτερικό της συσκευής καθορίζεται τότε από τη διαφορά των υψών του υγρού. Υποθέστε ότι το υγρό είναι νερό, η εξωτερική πίεση είναι 770 Torr, και η ανοιχτή πλευρά βρίσκεται 10,0 cm χαμηλότερα από την πλευρά που έχει συνδεθεί με τη συσκευή. Ποια είναι η πίεση στη συσκευή; (Η πυκνότητα του νερού στους 25°C είναι 0,99707 g cm^{-3}.)

1.6(β) Ένα μανόμετρο όπως αυτό που περιγράφεται στην Άσκηση 1.6α περιέχει υδράργυρο αντί για νερό. Υποθέστε ότι η εξωτερική πίεση είναι 760 Torr, και ότι η ανοιχτή πλευρά βρίσκεται 10,0 cm ψηλότερα από την πλευρά που έχει συνδεθεί με τη συσκευή. Ποια είναι η πίεση στη συσκευή; (Η πυκνότητα του υδραργύρου στους 25°C είναι 13,55 g cm^{-3}.)

Απαντήσεις μερικών ασκήσεων και προβλημάτων

0.1 h=1520 m.

0.2 2 φιάλες

0.3 Με δεδομένο ότι η μεταβολή του όγκου δοσμένης ποσότητας (άρα, n σταθερό) ιδανικού αερίου γίνεται ισόθερμα (άρα, T σταθερά), θα ισχύει ο νόμος του Boyle:

$$PV = \kappa \qquad (1)$$

Από τον ορισμό της πυκνότητας προκύπτει ότι:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \qquad (2)$$

Συνδυάζοντας τις σχέσεις 1 και 2 έχουμε:

$$P\frac{m}{\rho} = \kappa \Rightarrow P = \kappa\frac{\rho}{m} \qquad (3)$$

Αλλά αφού η ποσότητα, n, διατηρείται σταθερά κατά την ισόθερμο αυτή μεταβολή και η μάζα, m, θα παραμένει σταθερά. Άρα το πηλίκο της σταθεράς του Boyle προς την μάζα, κ/m, στην παραπάνω σχέση αποτελεί <u>για αυτήν την ισόθερμο μεταβολή</u> μια σταθερά. Συμβολίζοντάς την με κ' η σχέση 3 γράφεται:

$$P = \frac{\kappa}{m}\rho \Rightarrow \quad P = \kappa'\rho \quad (για\ σταθερά\ n, T)$$

0.4 4 cm^3.

0.5 x=25 cm, y=21 cm.

0.6 Είναι όλες σωστές, υπό την έννοια ότι όλες αποτελούν γραφικές απεικονίσεις του νόμου του Boyle.

0.7 Έχει δειχθεί σε προηγούμενη άσκηση ότι κατά την ισόθερμη μεταβολή δοσμένης ποσότητας ιδανικού αερίου η πίεση συνδέεται με την πυκνότητα, ρ, του αερίου με την παρακάτω σχέση:

$$P = \frac{\kappa}{m}\rho \Rightarrow \quad P = \kappa'\rho \quad (για\ σταθερά\ n, T) \qquad (1)$$

όπου κ η σταθερά του νόμου του Boyle και m η μάζα της ποσότητας του αερίου. Πράγματι, όπως φαίνεται από την γραφική παράσταση η πίεση είναι ευθέως ανάλογη της πυκνότητας, όπως προβλέπεται από την παραπάνω σχέση.
Από την δοθείσα εξίσωση της βέλτιστη ευθείας έχουμε την κλίση, δηλαδή την σταθερά κ' στην παραπάνω σχέση, από την οποία μπορούμε, ξέροντας την μάζα, m, που χρησιμοποιήθηκε στο πείραμα να υπολογίσουμε την ζητούμενη σταθερά του Boyle, κ.
Βρίσκουμε πρώτα τις μονάδες της κλίσης κ'. Η εξίσωση της βέλτιστης ευθείας μας δίνει μόνο την τιμή της. Οι μονάδες στις οποίες αυτή η τιμή είναι εκφρασμένη καθορίζονται από τις μονάδες στις οποίες έχουν εκφραστεί τα πειραματικά δεδομένα που απεικονίζονται στη γραφική παράσταση.

$$y = 0{,}8178x \Rightarrow P = 0{,}8178\rho \Rightarrow 0{,}8178 = \frac{P}{\rho} \qquad (2)$$

Όπως φαίνεται από τα διάγραμμα, η κλίση έχει αυτή την αριθμητική τιμή όταν η P είναι εκφρασμένη σε atm και η ρ σε g/L. Συνεπώς η κλίση κ' είναι:

$$\kappa' = 0{,}8178\ \mathrm{atm\ L\ g^{-1}} \qquad (3)$$

Από την σχέση 1 έχουμε:

$$\kappa' = \frac{\kappa}{m} \Rightarrow \kappa = \kappa' m = (0{,}8178\ \mathrm{atm\ L\ g^{-1}}) \times (29{,}961\ \mathrm{g}) = 24{,}50\ \mathrm{atm\ L} \qquad (4)$$

Άρα, η σταθερά του Boyle για τις συνθήκες αυτού του πειράματος είναι:

$$\kappa = 24{,}50\ \mathrm{atm\ L}$$

0.8 2,2 L και 1,8 km.

Απαντήσεις μερικών από τις προτεινόμενες ασκήσεις από το βιβλίο του Atkins

1.2 (α) (α) 3,42 bar, (β) 3,38 atm.

1.2 (β) (α) 1,07 bar, (β) 803 Torr.

1.5 (α) 0,50 m^3.

1.5 (β) 1,5 kPa.

1.6 (α) 102 kPa.

1.6 (β) 115 kPa.